Prüfungsfach: **Theoretische Grundlagen II , MKI** Blatt 1

Fakultät Informatik **Hochschule Reutlingen**

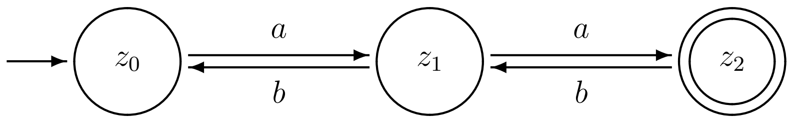
Saal: Aula, Platz Nr.: .... Datum 28.01.2009

Name: .... **Vorname:** .... **Matr.-Nr.:** ....

Aufgaben von Dr. Reinhardt im Wintersemester 2008/2009.
Hilfsmittel: Taschenrechner und sämtliche Unterlagen (Skripte, Bücher)
Bitte beantworten Sie die Fragen bzw. ergänzen Sie den Text auf den gepunkteten Linien. Viel Erfolg!

Aufgabe 1: **(Endliche Automaten/ reguläre Grammatiken /reguläre Ausdrücke)**
(5+1+3+4+3+5 Punkte)

Gegeben sei der folgende nichtdeterministische endliche Automat:



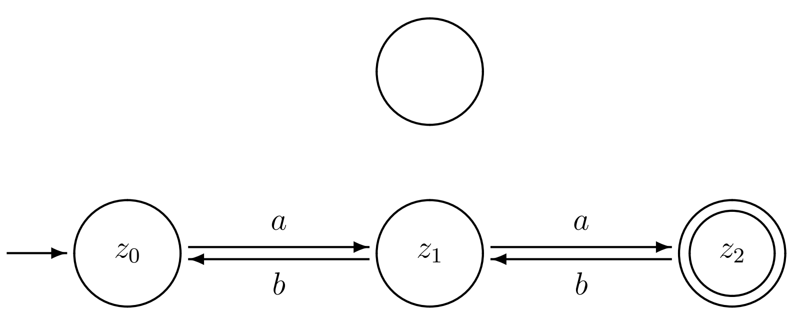
(a) Mathematisch beschrieben wird der Automat als $M = (Z, \{a, b\}, \delta, z_0, E)$ mit der Menge der Zustände $Z =$ ...., der Menge der Endzustände $E =$ .... und der Übergangsfunktion δ mit $\delta(z_0, a) = \{z_1\}, \delta(z_1, a) = \{z_2\}, \delta(z_2, a) = \{\}$, $\delta(z_0, b) =$ ...., $\delta(z_1, b) =$ ...., $\delta(z_2, b) =$ ....

(b) Nach Lesen des Eingabewortes *abaabba* befindet sich der Automat im Zustand ......

(c) Der Automat akzeptiert zum Beispiel die folgenden 7 Wörter: *aa*, *abaa*, *aababa*, *abababaa*, ..., ..., ...

(d) Die Sprache $L(M) = L(G)$ wird auch erzeugt durch die folgende Grammatik $G = (\{S, Z_1, Z_2\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Produktionsregeln
$P = \{S \to aZ_1,$ ...., ..., ..., ...$\}$.

(e) Die gleiche Sprache wird auch von folgendem deterministischen endlichen Automaten erkannt:



(Fehlende Übergänge sind zu ergänzen.)

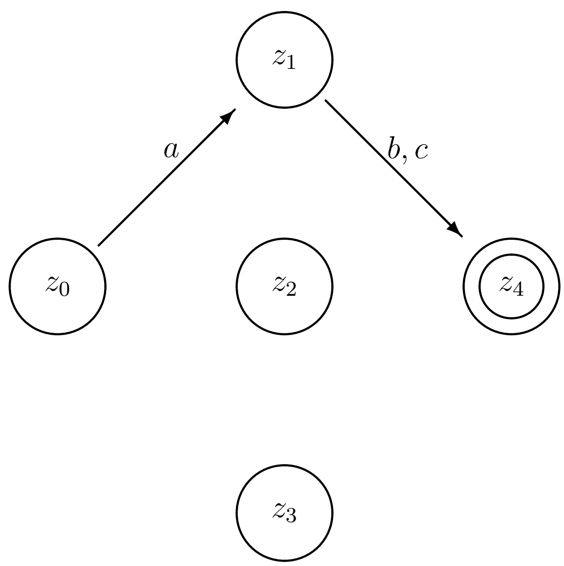
(f) Die gleiche Sprache wird auch vom regulären Ausdruck .... erzeugt.

Aufgabe 2: **(Reguläre Sprachen)** (5+4+3 Punkte)

Sei L die Sprache der Wörter über dem Alphabet $\{a, b, c\}$, bei denen der erste und der letzte Buchstabe verschieden sind.

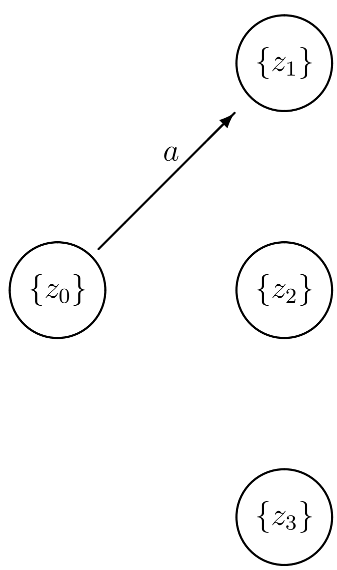
(a) Der reguläre Ausdruck für L hat die Form
$a(a \cup b \cup c)^*(b \cup c) \cup$ ....

(b) Ein nichtdeterministischer Automat für L hat die Form



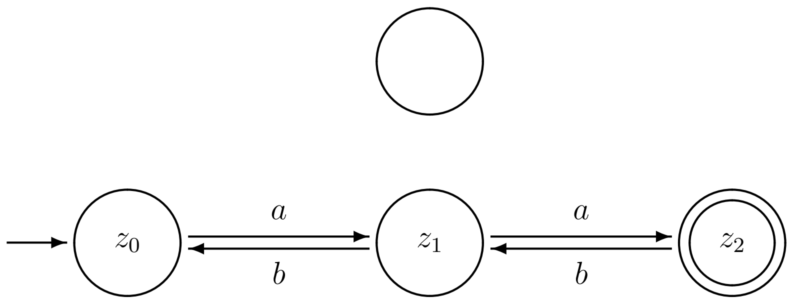
(Fehlende Übergänge sind zu ergänzen.)

(c) Ein deterministischer Automat für L hat die Form



(Fehlende Zustände und Übergänge sind zu ergänzen.)

Aufgabe 3: **(Endliche Automaten)** (4 Punkte)
Die Sprache $\{w \in \Sigma^* \mid (\#_a(w) - \#_b(w))\ mod\ 4 = 2\}$ (Es ist $\#_a(w)$ die Anzahl der Vorkommen von a in w und '*mod*' die modulo-Operation.) wird von folgendem deterministischen endlichen Automaten erkannt:

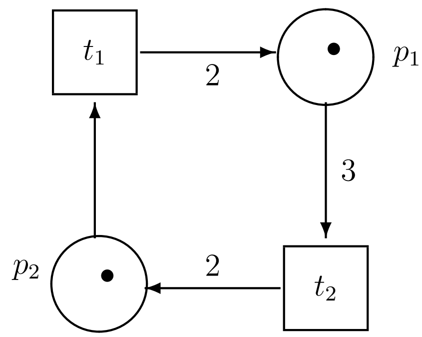


(Fehlende Übergänge sind zu ergänzen.)

Aufgabe 4: **(Kontextfreie Sprachen)** (6 Punkte)
Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$ mit den Produktionsregeln $P = \{S \to aA, S \to aaA, A \to Sb, A \to b\}$. Kann das Wort *aaaaabbb* erzeugt werden? ....

Begründung: ....

Aufgabe 5: **(Petrinetze)**
(2+4+2+2+2+2+4+5+3+5+4 Punkte)



Gegeben sei das links abgebildete Petrinetz
$N = (P, T, F, W, K, M_0)$
mit der Anfangsmarkierung $M_0 = \binom{1}{1}$
und (zunächst) unbeschränkter Kapazität
K mit $K(p_1) = K(p_2) = \omega$.

(a) Die Menge der Plätze ist $P =$ .... und die Menge der Transitionen ist $T =$ ....

(b) Der Vorbereich von t_1 is $.t_1 =$ ...., der Vorbereich von p_1 is $.p_1 =$ ...., der Nachbereich von t_1 is $t_1. =$ ...., der Nachbereich von p_1 is $p_1. =$ ....

(c) Die Inzidenzmatrix von N ist $\underline{N} = \begin{pmatrix} \ldots\ldots \end{pmatrix}$

(d) Ist t_1 M_0-aktiviert? ....
Begründung: ....

(e) Ist t_2 M_0-aktiviert? ....
Begründung: ....

(f) Nach dem ersten Schaltvorgang wird die Markierung .... erreicht.

(g) Ist N beschränkt? ....
Begründung: ....

(h) Ist N reversibel? .... Ist N lebendig? ....
Begründung: ....

....

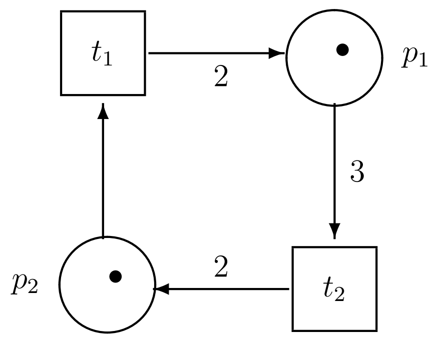
....

(i) Sei $w \in T^*$ eine Schaltfolge mit $\#_{t_1}(w) = 27$ und $\#_{t_2}(w) = 16$, so gilt

$$M_0[w\rangle \begin{pmatrix} \\ \ldots.. \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \ldots\ldots\ldots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \ldots.. \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \\ \ldots.. \end{pmatrix}$$

(j) Gelte $M_0[w'\rangle \binom{7}{2}$. Berechne $\#_{t_1}(w')$ und $\#_{t_2}(w')$

(k) Sei nun $K(p_1) = 5$ und $K(p_2) = 3$. Mache das Petrinetz kontaktfrei:



(Plätze und Kanten sind hinzuzufügen.)

Aufgabe 6: **(Lineare Algebra)** (6 Punkte)

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 13 \\ 0 & -2 & -7 \end{pmatrix}$ ist zu invertieren, Zwischenschritte sind anzugeben.

Aufgabe 7: **(Codierung)** (1+2+1+3+2+2 Punkte)

Gegeben seien die folgenden Wahrscheinlichkeiten für das Alphabet $\{a, b, c\}$: $P(a) = 0,25, P(b) = 0,25, P(c) = 0,5$ und der Code K mit $K(a) = 0, K(b) = 11, K(c) = 01$.

(a) Der Informationsgehalt von b ist $i(b) =$ ....

(b) Die Entropie ist $H(\{a, b, c\}) =$ ....

(c) Die Nachricht 01110 wird decodiert zu ....

(d) Ist K ein Präfixcode? ....

Begründung: ....

(e) Die mittlere Codewortlänge ist: ....

(f) Konstruiere dazu einen Fano-Code.

Aufgabe 8: **(Huffman-Codierung)** (5 Punkte)

Konstruiere einen Huffman-Code für das Alphabet $\{a, b, c, d, e, f\}$: $P(a) = 0,25, P(b) = 0,3, P(c) = 0,2, P(d) = 0,05, P(e) = 0,25, P(f) = 0,05$